

## Logik für Informatiker (Diplom)

Prof. Dr. B. Nebel, Prof. Dr. W. Burgard  
Wintersemester 2007/2008

Universität Freiburg  
Institut für Informatik

### Übungsblatt 1

Abgabe: Dienstag, 30. Oktober 2007

#### Aufgabe 1.1 (Ritter und Knappen)

Auf einer ganz besonderen Insel leben nur Ritter und Knappen. Ritter sagen immer die Wahrheit, während Knappen immer lügen. Sie treffen drei Inselbewohner: Andreas, Benjamin und Christoph.

Andreas behauptet, dass Benjamin ein Knappe und Christoph ein Ritter sei. Benjamin sagt: „Andreas ist ein Knappe.“ Christoph versichert, dass weder Benjamin noch Andreas Knappen sind.

Formalisieren Sie das Problem mit Hilfe der Aussagenlogik und geben Sie ein Modell an. Ist dieses Modell eindeutig? Wer ist Ritter und wer ist Knappe?

#### Aufgabe 1.2 (Induktion über Formelaufbau)

In dieser Aufgabe betrachten wir zur Vereinfachung nur aussagenlogische Formeln, die aus Atomen,  $\neg$ ,  $\wedge$  und  $\vee$  aufgebaut sind (also keine Abkürzungen wie  $\rightarrow$ ,  $\leftrightarrow$ , ...).

Die Größe  $\ell$  und die Schachtelungstiefe  $d$  einer Formel seien wie folgt definiert:

$$\begin{aligned} \ell(A) &:= 1, & d(A) &:= 0 & \text{für alle Atome } A, \\ \ell(\neg F) &:= \ell(F) + 1, & d(\neg F) &:= d(F) + 1, \\ \ell((F \circ G)) &:= \ell(F) + \ell(G) + 3, & d((F \circ G)) &:= \max\{d(F), d(G)\} + 1 & \text{für } \circ \in \{\vee, \wedge\}. \end{aligned}$$

Zeigen Sie durch Induktion über die Struktur von aussagenlogischen Formeln, dass  $\ell(F) \geq d(F)$  für alle Formeln  $F$ .

#### Aufgabe 1.3 (Semantik der Aussagenlogik, Objekt- vs. Metasprache)

Zeigen Sie, dass  $(F \wedge (G \vee H)) \models ((F \wedge G) \vee (F \wedge H))$  gilt.

Die Übungsblätter dürfen und sollten in Gruppen von zwei Studenten bearbeitet werden. Bitte schreiben Sie beide Namen auf Ihre Lösung.