

Spieltheorie

Prof. Dr. B. Nebel, Dr. M. Helmert
Wintersemester 2007/2008

Universität Freiburg
Institut für Informatik

Übungsblatt 11

Abgabe: Montag, 28. Januar 2008

Aufgabe 11.1 (Kriterien an soziale Entscheidungsfunktionen)

Betrachten Sie die sozialen Entscheidungsfunktionen **relative Mehrheitswahl**, **Präferenz-Wahl** und **Borda-Wahl** (vgl. Blatt 10) Wir nehmen wieder an, dass bei Gleichständen immer der Kandidat mit niedrigerem Index gewinnt, und dass $|A| \geq 3$ gilt. Betrachten Sie ferner die folgenden Kriterien:

Mehrheitskriterium: Gilt für mehr als die Hälfte aller Wähler i , dass $b \prec_i a$ für alle $b \in A \setminus \{a\}$, so ist $f(\prec_1, \dots, \prec_n) = a$.

Umgekehrte Symmetrie: Ist $f(\prec_1, \dots, \prec_n) = a$, so ist $f(\prec'_1, \dots, \prec'_n) \neq a$, wenn $a \prec'_i b$ gdw. $b \prec_i a$ für alle $i = 1, \dots, n$ und $a, b \in A$.

Anreizkompatibilität: Es gilt $f(\prec_1, \dots, \prec'_i, \dots, \prec_n) \prec_i f(\prec_1, \dots, \prec_i, \dots, \prec_n)$ für alle $\prec_1, \dots, \prec_n, \prec'_i \in L$.

Zeigen Sie für jedes Paar aus Wahlverfahren und Kriterium, dass das Verfahren das Kriterium erfüllt oder geben Sie ein Gegenbeispiel an.

Aufgabe 11.2 (Verfahren von Kemeny-Young)

Das Verfahren von Kemeny-Young ist die soziale Wohlfahrtsfunktion $F : L^n \rightarrow L$, so dass für $A = \{a_1, \dots, a_m\}$ und Eingabe $\pi = (\prec_1, \dots, \prec_n)$ gilt:

- $S_\pi(a, b) := |\{i \mid a \prec_i b\}|$ für alle $a, b \in A$, $a \neq b$, ist die Anzahl der Wähler, die b gegenüber a bevorzugen.
- $S_\pi(\prec) = \sum_{j=1}^{m-1} \sum_{k=j+1}^m S_\pi(b_j, b_k)$ für alle $\prec = (b_1, \dots, b_m) \in L$.
- $F(\pi) = \arg \max_{\prec \in L} S_\pi(\prec)$, etwa mit Präzedenz in der lexikographischen Sortierung als Tie-Breaking-Regel, wenn $\arg \max$ nicht eindeutig ist.

- Geben Sie ein Beispiel an, das zeigt, dass das Verfahren von Kemeny-Young die Unabhängigkeit von irrelevanten Alternativen verletzt.
- Implementieren Sie das Verfahren von Kemeny-Young in einer Programmiersprache Ihrer Wahl (vorzugsweise Java, C, C++; sonst ggf. vorher nachfragen). Welche Ausgabe erhalten Sie für die folgende Eingabe?

25 Wähler haben die Präferenz $b \prec_i a \prec_i d \prec_i e \prec_i c$

12 Wähler haben die Präferenz $e \prec_i d \prec_i c \prec_i b \prec_i a$

11 Wähler haben die Präferenz $c \prec_i e \prec_i a \prec_i b \prec_i d$

14 Wähler haben die Präferenz $d \prec_i a \prec_i b \prec_i e \prec_i c$

18 Wähler haben die Präferenz $e \prec_i b \prec_i d \prec_i c \prec_i a$

10 Wähler haben die Präferenz $c \prec_i d \prec_i a \prec_i e \prec_i b$

10 Wähler haben die Präferenz $c \prec_i d \prec_i e \prec_i b \prec_i a$

Die Übungsblätter dürfen und sollten in Gruppen von zwei Studenten bearbeitet werden. Bitte schreiben Sie beide Namen auf Ihre Lösung.