

Spieltheorie

Prof. Dr. B. Nebel, Dr. M. Helmert
Wintersemester 2007/2008

Universität Freiburg
Institut für Informatik

Übungsblatt 7

Abgabe: Montag, 17. Dezember 2007

Aufgabe 7.1 (Satz von Conitzer und Sandholm, 3 Punkte)

Betrachten Sie die aussagenlogische Formel $\phi = (\neg X \vee \neg Y) \wedge (X \vee Y) \wedge (\neg X \vee Y)$.

- Geben Sie das von ϕ induzierte Spiel $G(\phi)$ an (mit vollständiger Nutzenmatrix).
- Geben Sie alle Nash-Gleichgewichte von $G(\phi)$ an und beweisen Sie deren Nash-Gleichgewichts-Eigenschaft.
- Geben Sie eine Variablenbelegung Θ für $V(\phi)$ an, für die $(\alpha^\Theta, \alpha^\Theta)$ kein Nash-Gleichgewicht von $G(\phi)$ ist und beweisen Sie dies.

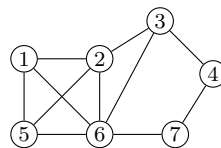
Hinweis: Sie dürfen in (b) und (c) den Satz von Conitzer und Sandholm verwenden.

Aufgabe 7.2 (Komplexität der ESS-Berechnung, 5 Punkte)

Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph mit $V = \{1, \dots, n\}$, $k \in \{1, \dots, n\}$ und $\mathcal{G}(G, k) = \langle \{1, 2\}, (A_i), (u_i) \rangle$ das symmetrische strategische Spiel mit $B = A_1 = A_2 = V \cup \{0\}$ und den Nutzenwerten (für alle $i, j \in B$)

$$u(i, j) = \begin{cases} 1 & \text{falls } i, j \in V, i \neq j \text{ und } \{i, j\} \in E \\ 0 & \text{falls } i, j \in V, i \neq j \text{ und } \{i, j\} \notin E \\ \frac{1}{2} & \text{falls } i, j \in V \text{ und } i = j \\ 1 - \frac{1}{2k} & \text{falls } i = 0 \text{ oder } j = 0 \end{cases}$$

- Geben Sie die Nutzenmatrix von $\mathcal{G} = \mathcal{G}(G, 3)$ an, wobei G der folgende Graph ist:



- Zeigen Sie: In \mathcal{G} ist α mit $\alpha(1) = \alpha(2) = \alpha(5) = \alpha(6) = \frac{1}{4}$ und $\alpha(0) = \alpha(3) = \alpha(4) = \alpha(7) = 0$ eine evolutionär stabile Strategie.
Hinweis: Sie dürfen verwenden, dass unter der Bedingung $\sum_i x_i = 1$ der Wert $\sum_i x_i^2$ genau dann minimal wird, wenn alle x_i gleich sind.
- Zeigen Sie: In \mathcal{G} ist α mit $\alpha(2) = \alpha(3) = \alpha(6) = \frac{1}{3}$ und $\alpha(0) = \alpha(1) = \alpha(4) = \alpha(5) = \alpha(7) = 0$ keine evolutionär stabile Strategie.
- Zeigen Sie: In \mathcal{G} ist die reine Strategie 0 keine evolutionär stabile Strategie.

Die Übungsblätter dürfen und sollten in Gruppen von zwei Studenten bearbeitet werden. Bitte schreiben Sie beide Namen auf Ihre Lösung.