Handlungsplanung

Prof. Dr. B. Nebel, Dr. M. Helmert	Universität Freiburg
R. Mattmüller	Institut für Informatik
Wintersemester 2006/2007	

Übungsblatt 9

Abgabe: Mittwoch, 10. Januar 2007

Aufgabe 9.1 (QBF und Spiele – 4 Punkte)

Quantifizierte Boolesche Formeln in Pränexform *(QBF)* sind Formeln

$$Q_1 x_1 Q_2 x_2 \dots Q_n x_n \phi(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

mit Quantoren $Q_i \in \{\exists, \forall\}$ und aussagenlogischen Formeln $\phi(x_1, x_2, \dots, x_n)$ in paarweise verschiedenen Variablen $x_1, \dots, x_n$. Quantorenfreie Formeln sind genau dann gültig, wenn sie es als aussagenlogische Formeln sind. Formeln der Gestalt $\exists x \psi$ ($\forall x \psi$) sind genau dann gültig, wenn $\psi[\top/x]$ oder (und) $\psi[\bot/x]$ gültig sind. Das Problem

$$QSAT := \{\psi \in QBF \,|\, \psi \text{ ist gültig}\}$$

ist *PSPACE*- und damit auch *AP*-vollständig.

Ist ψ eine *QBF*-Formel mit n Quantoren und Matrix ϕ, also

$$\psi = Q_1 x_1 Q_2 x_2 \dots Q_n x_n \phi(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

so sei $\mathcal{G}(\psi)$ das Spiel, in dem der Spieler **∃** zeigen will, dass ψ gültig ist, und der Spieler **∀** dies widerlegen will. Das Spiel beginnt mit der leeren Belegung. Im i-ten Schritt ist Spieler **∃** (**∀**) am Zug, falls $Q_i = \exists$ ($\forall$), und wählt einen Wahrheitswert für x_i. Das Spiel endet, wenn jeder Variablen ein Wert zugewiesen wurde. Der Gewinner ist **∃**, wenn die konstruierte Belegung ϕ erfüllt, und **∀**, sonst. Eine Strategie eines Spielers s ist eine Vorschrift, die jeder Situation, in der s am Zug ist, eine Aktion zuordnet. Sie ist eine Gewinnstrategie für s, wenn für jede Strategie des Gegners das Spiel, bei dem beide Spieler ihrer Strategie folgen, von s gewonnen wird.

Zeigen Sie: $\psi \in QSAT$ gdw. Spieler **∃** hat eine Gewinnstrategie in $\mathcal{G}(\psi)$.

Aufgabe 9.2 (Polynomielles Planen – 4 Punkte)

Sei Π die Menge aller Planungsprobleme, bei denen die Zielformel eine Konjunktion aus höchstens g Literalen und die Vorbedingung jedes Operators ein einzelnes Literal ist. Ferner gibt es bei Problemen in Π nur unbedingte Effekte. Sei $\textsc{PlanEx}^1_g$ das Entscheidungsproblem, für ein gegebenes Planungsproblem $\mathcal{P}$ aus Π zu ermitteln, ob ein Plan für $\mathcal{P}$ existiert.

Zeigen Sie: $\textsc{PlanEx}^1_g \in \mathbf{P}$, d.h. es gibt einen Polynomialzeitalgorithmus, der $\textsc{PlanEx}^1_g$ entscheidet.

Hinweis: Rückwärtssuche, Repräsentation der Ziele als Mengen von Literalen, die bei den Regressionsschritten nie größer werden.

Die Übungsblätter dürfen und sollten in Gruppen von zwei Studenten bearbeitet werden. Bitte schreiben Sie beide Namen auf Ihre Lösung.