Handlungsplanung

Prof. Dr. B. Nebel, Dr. M. Helmert
R. Mattmüller
Wintersemester 2006/2007

Universität Freiburg
Institut für Informatik

Übungsblatt 3

Abgabe: Mittwoch, 15. November 2006

Aufgabe 3.1 (Normalform für Effekte)

Ein Effekt e ist in Normalform, wenn $e = \bigwedge_{i=1}^{n}(c_i \rhd \ell_i)$ mit $n \in \mathbb{N}$, Formeln c_i und paarweise verschiedenen Literalen ℓ_i, $i = 1, \dots, n$. Falls $n = 0$, schreiben wir kurz $e = \top$.

Zwei Effekte e, e' sind äquivalent, $e \equiv e'$, wenn $[e]_s = [e']_s$ für alle Zustände $s \in S$. Effekte können mit Hilfe der folgenden Äquivalenzen in Normalform gebracht werden:

$$c \rhd (e_1 \wedge \dots \wedge e_n) \equiv (c \rhd e_1) \wedge \dots \wedge (c \rhd e_n) \tag{1}$$

$$c_1 \rhd (c_2 \rhd e) \equiv (c_1 \wedge c_2) \rhd e \tag{2}$$

$$(c_1 \rhd e) \wedge \dots \wedge (c_n \rhd e) \equiv (c_1 \vee \dots \vee c_n) \rhd e \tag{3}$$

sowie $e \wedge (c \rhd e) \equiv e$, $e \equiv \top \rhd e \equiv \top \wedge e$ und $(e_1 \wedge \dots \wedge e_n) \equiv (e_{\pi(1)} \wedge \dots \wedge e_{\pi(n)})$ für alle Permutationen π von $\{1, \dots, n\}$. Bezüglich der Klammerung gilt das Assoziativgesetz und in mehr als zweistelligen Konjunktionen dürfen innere Klammern gesetzt oder weggelassen werden.

Die Größe $\|e\|$ eines Effekts e bzw. $\|c\|$ einer Formel c ist definiert durch $\|\top\| = \|a\| = 1$, $\|\neg a\| = 2$ $(a \in A)$, $\|\neg c\| = \|c\| + 1$, $\|(\bigwedge_{i=1}^{n} e_i)\| = \sum_{i=1}^{n} \|e_i\| + (n+1)$ (analog für $\bigwedge c_i$ und $\bigvee c_i$) und $\|(c \rhd e)\| = \|c\| + \|e\| + 3$.

(a) Bringen Sie den folgenden Effekt in Normalform:

$$(a \rhd ((b \wedge c) \rhd (d \wedge e))) \wedge (b \rhd (a \wedge e \wedge (d \rhd e)))$$

(b) Zeigen Sie, dass es ein Polynom $p \in \mathbb{Z}[X]$ gibt, so dass für jeden Effekt e ein äquivalenter Effekt $nf(e)$ in Normalform mit $\|nf(e)\| \leq p(\|e\|)$ existiert.

Hinweis: Beweisen Sie zunächst konstruktiv durch Induktion über die Struktur von Effekten die Existenz eines äquivalenten Effekts $nf(e)$ in Normalform, ohne für jeden Umformungsschritt die Größe des resultierenden Effekts zu berechnen. Geben Sie dabei an, wo eine der Äquivalenzen (1)–(3) angewandt wurde; die weiteren Äquivalenzen dürfen Sie stillschweigend anwenden. Argumentieren Sie dann, um die Existenz eines Polynoms $p(X)$ mit $\|nf(e)\| \leq p(\|e\|)$ zu zeigen, mit den Werten von n und $\|c_i\|$ in dem im Beweis konstruierten Effekt $nf(e) = \bigwedge_{i=1}^{n}(c_i \rhd \ell_i)$.

Aufgabe 3.2 (Symbolische Regression)

Betrachten Sie das Planungsproblem $\mathcal{P} = \langle A, I, O, G\rangle$ mit $A = \{a, b, c, d, e\}$, $I = \{a, c\}$, $O = \{o_1, o_2, o_3\}$, wobei $o_1 = \langle a, b \wedge \neg a \wedge (c \rhd (d \wedge \neg c))\rangle$, $o_2 = \langle c, e \wedge \neg c\rangle$ und $o_3 = \langle e, c \wedge \neg e\rangle$, sowie $G = b \wedge c$.

Geben Sie den Suchbaum an, der bei einer Breitensuche mit der symbolischen Regressionsmethode (d. h. Berechnung der Formeln $regr_{o_i}(\phi)$) entsteht, und extrahieren Sie daraus einen Plan. Vereinfachen Sie Formeln so früh wie möglich und expandieren Sie nur solche Knoten, die eine nicht-leere Zustandsmenge repäsentieren und die nicht bereits an anderer Stelle im Suchbaum expandiert wurden.

Hinweis: Sie können für alle $\langle c, e\rangle \in O$ auf die Berechnung und Angabe des Konjunktionsglieds $\bigwedge_{a \in A} \neg(EPC_a(e) \wedge EPC_{\neg a}(e))$ verzichten, da es hier ohnehin immer äquivalent zu $\top$ ist. Bevor Sie den Suchbaum aufbauen, sollten Sie die Formeln $EPC_a(e) \vee (a \wedge \neg EPC_{\neg a}(e))$ für alle $a \in A$ und $\langle c, e\rangle \in O$ berechnen und vereinfachen.

Die Übungsblätter dürfen und sollten in Gruppen von zwei Studenten bearbeitet werden. Bitte schreiben Sie beide Namen auf Ihre Lösung.