Wissensrepräsentation

Prof. Dr. Nebel, Dr. Wölfl
M. Helmert, M. Ragni
WS 2005/2006

Universität Freiburg
Institut für Informatik

Übungsblatt 9 — Lösungen

Aufgabe 9.1 (Realisierung)

Betrachten Sie die Beispiel-TBox und -ABox aus der Vorlesung (Kapitel 11, Folie 3) und die zugehörige Klassifikationshierarchie (Kapitel 11, Folie 18). Die *Realisierung* (Folie 23) eines Objektes a in der ABox besteht aus den am meisten spezialisierten Konzepten C der TBox, für die $a : C$ gilt.

(a) Bestimmen Sie die Realisierung von `DIANA`, `ELIZABETH`, `CHARLES`, `EDWARD`, `ANDREW` und `WILLIAM` (nur Ergebnisse, keine Beweise).

Lösung:

- `DIANA`: `Mother-without-daughter`
- `ELIZABETH`: `Mother-with-many-children`
- `CHARLES`: `Man`
- `EDWARD`: `Man`
- `ANDREW`: `Man`
- `WILLIAM`: `Male`

Anmerkung: Aus der ABox geht zwar hervor, dass `CHARLES` ein Kind hat, nicht aber, dass dieses menschlich ist. Daher können wir nicht folgern, dass er ein Vater ist. Somit folgt auch nicht, dass `ELIZABETH` eine Großmutter ist.

(b) Um die Realisierung eines Objektes algorithmisch zu bestimmen, muss eine Menge von Aussagen der Art „$a : C$ folgt aus der Wissensbasis“ und „$a : C$ folgt nicht aus der Wissensbasis“ bewiesen werden. Geben Sie eine *minimale* Menge solcher Aussagen an, mit denen Ihr Ergebnis aus Teil (a) bewiesen werden könnte. (Sie dürfen dabei die Klassifikationshierarchie als bereits bewiesen ansehen.)

Lösung:

Wir schreiben $\mathcal{T}, \mathcal{A} \models a : C$ um zu notieren, dass aus der Wissensbasis (TBox und ABox) die Aussage $a : C$ folgt und $\mathcal{T}, \mathcal{A} \not\models a : C$ um zu notieren, dass sie nicht folgt. Dann müssten wir beweisen:

- Für $a =$ `DIANA`:
  $\mathcal{T}, \mathcal{A} \models a :$ `Mother-without-daughter`,
  $\mathcal{T}, \mathcal{A} \not\models a :$ `Mother-with-many-children`,
  $\mathcal{T}, \mathcal{A} \not\models a :$ `Grandmother`,
  $\mathcal{T}, \mathcal{A} \not\models a :$ `Male`

- Für $a = \texttt{ELIZABETH}$:
  $\mathcal{T}, \mathcal{A} \models a : \texttt{Mother-with-many-children}$,
  $\mathcal{T}, \mathcal{A} \not\models a : \texttt{Mother-without-daughter}$,
  $\mathcal{T}, \mathcal{A} \not\models a : \texttt{Grandmother}$,
  $\mathcal{T}, \mathcal{A} \not\models a : \texttt{Male}$
- Für $a \in \{\texttt{CHARLES}, \texttt{EDWARD}, \texttt{ANDREW}\}$:
  $\mathcal{T}, \mathcal{A} \models a : \texttt{Man}$,
  $\mathcal{T}, \mathcal{A} \not\models a : \texttt{Female}$,
  $\mathcal{T}, \mathcal{A} \not\models a : \texttt{Parent}$
- Für $a = \texttt{WILLIAM}$:
  $\mathcal{T}, \mathcal{A} \models a : \texttt{Male}$,
  $\mathcal{T}, \mathcal{A} \not\models a : \texttt{Female}$,
  $\mathcal{T}, \mathcal{A} \not\models a : \texttt{Living\_Entity}$

Aufgabe 9.2 (Beschreibungslogik $\mathcal{ALC}$)

Ein *Fleischfresser* ist ein Lebewesen, das andere Lebewesen isst. Ein *Vegetarier* ist ein Lebewesen, das keine anderen Lebewesen isst. Ein *Meta-Vegetarier* ist ein Lebewesen, das keine Fleischfresser isst.

(a) Geben Sie eine TBox in der Beschreibungslogik $\mathcal{ALC}$ an, die die drei Konzepte `Carnivore`, `Vegetarian` und `MetaVegetarian` definiert. Normalisieren und entfalten Sie die TBox und übersetzen Sie sie in Negationsnormalform (falls nötig).

Lösung:

Die Konzepte sind wie folgt definiert:

$$\begin{aligned}\texttt{Carnivore} &\doteq \texttt{Being} \sqcap \exists\texttt{eats.Being}\\ \texttt{Vegetarian} &\doteq \texttt{Being} \sqcap \neg\exists\texttt{eats.Being}\\ \texttt{MetaVegetarian} &\doteq \texttt{Being} \sqcap \neg\exists\texttt{eats.Carnivore}\end{aligned}$$

Alle Konzepte sind bereits normalisiert, die ersten beiden Konzepte sind bereits entfaltet. Wir entfalten das dritte Konzept:

$$\begin{aligned}\texttt{Carnivore} &\doteq \texttt{Being} \sqcap \exists\texttt{eats.Being}\\ \texttt{Vegetarian} &\doteq \texttt{Being} \sqcap \neg\exists\texttt{eats.Being}\\ \texttt{MetaVegetarian} &\doteq \texttt{Being} \sqcap \neg\exists\texttt{eats.}(\texttt{Being} \sqcap \exists\texttt{eats.Being})\end{aligned}$$

Das erste Konzept ist bereits in Negationsnormalform, die anderen beiden noch nicht. Wir stellen die Normalform her:

$$\begin{aligned}\texttt{Carnivore} &\doteq \texttt{Being} \sqcap \exists\texttt{eats.Being}\\ \texttt{Vegetarian} &\doteq \texttt{Being} \sqcap \forall\texttt{eats.}\neg\texttt{Being}\\ \texttt{MetaVegetarian} &\doteq \texttt{Being} \sqcap \forall\texttt{eats.}(\neg\texttt{Being} \sqcup \forall\texttt{eats.}\neg\texttt{Being})\end{aligned}$$

(b) Führen Sie die folgenden Aussagen (bezogen auf die TBox in Teil (a)) auf Erfüllbarkeitsaussagen zurück und beweisen oder widerlegen Sie sie mithilfe des Tableau-Algorithmus für $\mathcal{ALC}$:

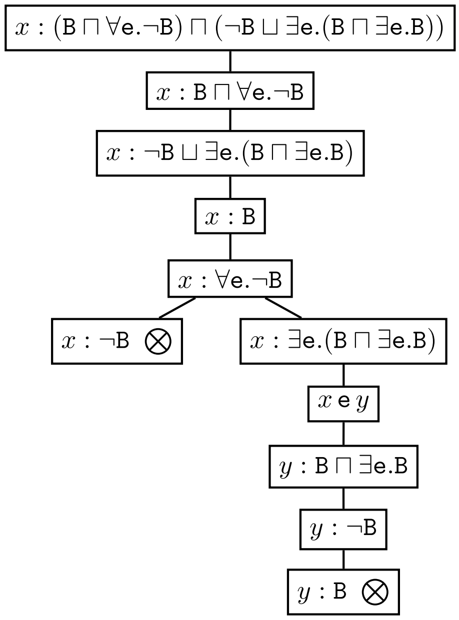
- `Vegetarian` $\sqsubseteq$ `MetaVegetarian`

  Lösung:

  Im Folgenden kürzen wir das Konzept `Being` mit `B` und die Rolle `eats` mit `e` ab.

  Die Aussage ist genau dann wahr, wenn das Konzept `Vegetarian` $\sqcap$ $\neg$`MetaVegetarian` in der gegebenen TBox unerfüllbar ist. Entfaltet ergibt sich das Konzept $(\mathtt{B} \sqcap \forall\mathtt{e}.\neg\mathtt{B}) \sqcap \neg(\mathtt{B} \sqcap \forall\mathtt{e}.(\neg\mathtt{B} \sqcup \forall\mathtt{e}.\neg\mathtt{B}))$, in Negationsnormalform also $(\mathtt{B} \sqcap \forall\mathtt{e}.\neg\mathtt{B}) \sqcap (\neg\mathtt{B} \sqcup \exists\mathtt{e}.(\mathtt{B} \sqcap \exists\mathtt{e}.\mathtt{B}))$.

  Der Tableau-Algorithmus ergibt:



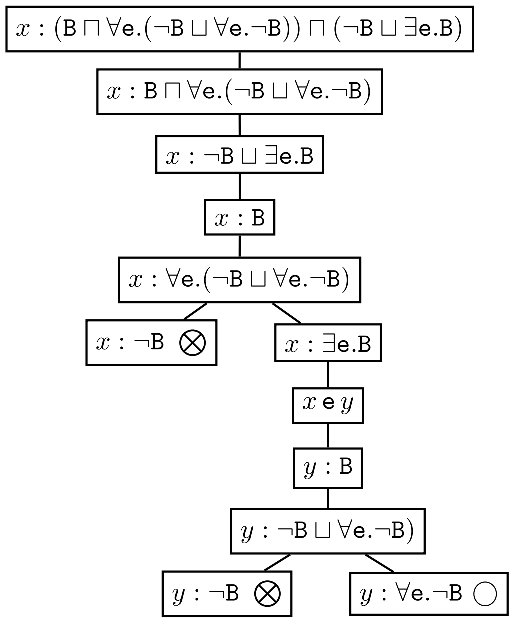
  Das Constraint-System ist nicht erfüllbar, die Aussage `Vegetarian` $\sqsubseteq$ `MetaVegetarian` ist also wahr.

- `MetaVegetarian` $\sqsubseteq$ `Vegetarian`

  Lösung:

  Die Aussage gilt genau dann, wenn `MetaVegetarian` $\sqcap$ $\neg$`Vegetarian` in der gegebenen TBox unerfüllbar ist. Entfaltet ergibt sich das Konzept $(\mathtt{B} \sqcap \forall\mathtt{e}.(\neg\mathtt{B} \sqcup \forall\mathtt{e}.\neg\mathtt{B})) \sqcap \neg(\mathtt{B} \sqcap \forall\mathtt{e}.\neg\mathtt{B})$, in Negationsnormalform also $(\mathtt{B} \sqcap \forall\mathtt{e}.(\neg\mathtt{B} \sqcup \forall\mathtt{e}.\neg\mathtt{B})) \sqcap (\neg\mathtt{B} \sqcup \exists\mathtt{e}.\mathtt{B})$.

  Der Tableau-Algorithmus ergibt:

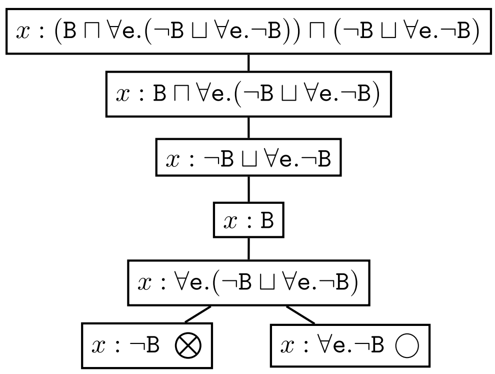


Das Constraint-System ist erfüllbar, die Aussage $\mathtt{MetaVegetarian} \sqsubseteq \mathtt{Vegetarian}$ ist also falsch. Aus dem Tableau ergibt sich das Gegenbeispiel $\{x : \mathtt{Being},\ y : \mathtt{Being},\ (x, y) : \mathtt{eats}\}$, für das zwar gilt $x : \mathtt{MetaVegetarian}$, aber nicht $x : \mathtt{Vegetarian}$.

- $\mathtt{MetaVegetarian} \sqsubseteq \mathtt{Carnivore}$

  Lösung:

  Die Aussage gilt genau dann, wenn $\mathtt{MetaVegetarian} \sqcap \neg\mathtt{Carnivore}$ in der gegebenen TBox unerfüllbar ist. Entfaltet ergibt sich das Konzept $(\mathtt{B} \sqcap \forall\mathtt{e}.(\neg\mathtt{B} \sqcup \forall\mathtt{e}.\neg\mathtt{B})) \sqcap \neg(\mathtt{B} \sqcap \exists\mathtt{e}.\mathtt{B})$, in Negationsnormalform also $(\mathtt{B} \sqcap \forall\mathtt{e}.(\neg\mathtt{B} \sqcup \forall\mathtt{e}.\neg\mathtt{B})) \sqcap (\neg\mathtt{B} \sqcup \forall\mathtt{e}.\neg\mathtt{B})$.
  Der Tableau-Algorithmus ergibt:



  Das Constraint-System ist erfüllbar, die Aussage $\mathtt{MetaVegetarian} \sqsubseteq \mathtt{Carnivore}$ ist also falsch. Aus dem Tableau ergibt sich das Gegenbeispiel $\{x : \mathtt{Being}\}$, für das zwar gilt $x : \mathtt{MetaVegetarian}$, aber nicht $x : \mathtt{Carnivore}$.