Wissensrepräsentation

Prof. Dr. Nebel, Dr. Wölfl
M. Helmert, M. Ragni
WS 2005/2006

Universität Freiburg
Institut für Informatik

Übungsblatt 14 — Lösungen

Aufgabe 14.1 (Kompositionstabelle für RCC5)

Neben dem in der Vorlesung vorgestellten RCC8-Kalkül mit 8 Basisrelationen betrachtet man manchmal auch den gröberen RCC5-Kalkül mit 5 Basisrelationen, der nicht zwischen inneren und Randpunkten unterscheidet. Die RCC5-Basisrelationen sind wie folgt definiert:

$X \,\mathsf{EQ}\, Y$	X ist gleich Y.
$X \,\mathsf{DC}\, Y$	X und Y haben keinen Punkt gemeinsam.
$X \,\mathsf{PO}\, Y$	X und Y haben gemeinsame Punkte und keine der beiden Regionen ist in der jeweils anderen enthalten.
$X \,\mathsf{PP}\, Y$	X ist eine echte Teilregion von Y.
$X \,\mathsf{PP}^{-1}\, Y$	Y ist eine echte Teilregion von X.

Geben Sie (ohne Beweis) die Kompositionstabelle für RCC5 an.

Lösung:

	EQ	**DC**	**PO**	**PP**	**PP^{-1}**
EQ	EQ	DC	PO	PP	PP^{-1}
DC	DC	EQ DC PO PP PP^{-1}	DC PO PP	DC PO PP	DC
PO	PO	DC PO PP^{-1}	EQ DC PO PP PP^{-1}	PO PP	DC PO PP^{-1}
PP	PP	DC	DC PO PP	PP	EQ DC PO PP PP^{-1}
PP^{-1}	PP^{-1}	DC PO PP^{-1}	PO PP^{-1}	EQ PO PP PP^{-1}	PP^{-1}

Aufgabe 14.2 (Modallogische Kodierung und Komplexität)

(a) In der Vorlesung wurde eine multi-modallogische Kodierung für DC und EC vorgestellt. Geben Sie die Kodierungen der restlichen Basisrelationen von RCC8 an.

Lösung:

Wir bezeichnen die Kodierung mit m:

$$
\begin{aligned}
m(X\{\mathsf{DC}\}Y) &= \Box\neg(X \wedge Y) \\
m(X\{\mathsf{EC}\}Y) &= \Box\neg(IX \wedge IY) \wedge \neg\Box\neg(X \wedge Y) \\
m(X\{\mathsf{PO}\}Y) &= \neg\Box\neg(IX \wedge IY) \wedge \neg\Box(X \rightarrow Y) \wedge \neg\Box(Y \rightarrow X) \\
m(X\{\mathsf{TPP}\}Y) &= \Box(X \rightarrow Y) \wedge \neg\Box(X \rightarrow IY) \wedge \neg\Box(Y \rightarrow X) \\
m(X\{\mathsf{NTPP}\}Y) &= \Box(X \rightarrow IY) \wedge \neg\Box(Y \rightarrow X) \\
m(X\{\mathsf{EQ}\}Y) &= \Box(X \rightarrow Y) \wedge \Box(Y \rightarrow X)
\end{aligned}
$$

(b) Geben Sie zum jeweiligen Erfüllbarkeitsproblem der Punktalgebra, Intervallalgebra und RCC8 die zugehörige Komplexitätsklasse und die jeweilige Beweisidee, wie sie in der Vorlesung vorgestellt wurde, an.

Lösung:

Algebra	Komplexitätsklasse
Punktalgebra	**P**
Intervallalgebra	**NP**-vollständig
RCC8	**NP**-vollständig

Das Erfüllbarkeitsproblem der Punktalgebra ist in der Klasse **P**, da bereits Pfadkonsistenz die Erfüllbarkeit entscheidet. Die Beweisidee für die Mitgliedschaft der Intervallalgebra und des RCC8-Kalküls in **NP** basieren auf dem aus der Theoretischen Informatik bekannten „Guess and Check"-Verfahren und dem Beweis der polynomiellen Entscheidbarkeit des Basisrelationenfalls. Die **NP**-Härte des allgemeinen Erfüllbarkeitsproblems der Intervallalgebra wird durch eine Reduktion des 3-Färbbarkeitsproblems auf Graphen durchgeführt. Analog wird die **NP**-Härte für RCC8 mittels einer 3-SAT Kodierung gezeigt.