Einführung in die Informatik für MSTler, SS 2008
Übungsgruppe von Daniel Fader

Aufgabe 11.1:

Es ist eine Grammatik zu bestimmen, die alle Wörter folgender Sprache erzeugen kann:

$$L(G) = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0 \ \wedge \ k = |i - j|\}$$

Den Ableitungsregeln sind keinerlei Einschränkungen vorgegeben.

Lösung:

$G = \{V, T, P, S\}$
$V = \{A, B, C, D, B', B'', S, S'\}$
$T = \{a, b, c\}$

Die Menge P der Ableitungsregeln setzt sich aus folgenden Elementen zusammen:

- $A \to a$
  $B \to b$
  $C \to c$
  (die Variablen A, B, C bilden auf die entsprechenden Terminalsymbole ab)
- $S \to AS'CD \mid \epsilon$
  (vom Startsymbol kann entweder das leere Wort erzeugt werden oder $AS'CD$. D markiert das Ende des C-Blocks)
- $S' \to AS'C \mid B' \mid \epsilon$
  (der A-Block am Anfang und der C-Block am Ende des Wortes können gleichzeitig vergrößert werden; für jedes eingefügte a muss auch eine c eingefügt werden. Ohne bs gilt damit immer $k = |i - j|$. Um bs zu erzeugen, wird S' auf B' abgebildet)
- $B'C \to BB'$
  (so lange der C-Block besteht, muss für jedes eingefügte B ein C entfernt werden, damit $k = |i - j|$ gilt)
- $CD \to c$
  (das D kann mit dem letzten C entfernt werden. Dann gilt $i > j$)
- $B'D \to B''$
  (für Wörter mit $j > i$ müssen alle Cs, die für den Ausgleich des A-Blocks eingefügt wurden, entfernt werden. Das Ende $(i = j)$ ist mit D markiert. Ab dann wird zur Variable B'' gewechselt)

- $B'' \rightarrow bB''c \mid \epsilon$
  (für jedes eingefügte b wird nun ein c eingefügt statt gelöscht, damit $k = |i - j|$ auch für $j \geq i$ gilt)

Aufgabe 11.2:

Es ist eine rechtslineare Grammatik zu folgenden Sprachen über dem Alphabet $T = \{a, b\}$ zu konstruieren:

$$L_1(G) = \{\omega \in T^* \mid \omega \text{ enthält mindestens drei } a\}$$
$$L_2(G) = \{\omega \in T^* \mid \omega \text{ beginnt und endet mit demselben Buchstaben}\}$$

Lösung:

Es wird jeweils nur die Menge der Ableitungsregeln angegeben.

$$\begin{aligned}
P_1 = \{&S \rightarrow bS \mid aS' \\
&S' \rightarrow bS' \mid aS'' \\
&S'' \rightarrow bS'' \mid aS''' \mid a \\
&S''' \rightarrow bS''' \mid aS''' \mid a \mid b\} \\
P_2 = \{&S \rightarrow aS_a \mid bS_b \mid a \mid b \\
&S_a \rightarrow aS_a \mid bS_a \mid a \\
&S_b \rightarrow aS_b \mid bS_b \mid b\}
\end{aligned}$$